LFA - Linguagens Formais e Autômatos

Aula 03 - Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio

Leandro Israel Pinto

UDESC

12 de Março de 2015

Sumário

1. Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε)
   - Função Fecho Vazio e Fecho Vazio Estendida
   - Função Programa Estendida
2. AFN x AFNε
3. Equivalência entre AFNε e AFN
   - AFNε $\rightarrow$AFD

Sumário

1. Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε)
   - Função Fecho Vazio e Fecho Vazio Estendida
   - Função Programa Estendida
2. AFN x AFNε
3. Equivalência entre AFNε e AFN
   - AFN$\varepsilon \rightarrow$AFD

Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε) I

Definição

O Autômato Finito Não-Determinístico com movimento vazio é uma 5-tupla definida como:

$$A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

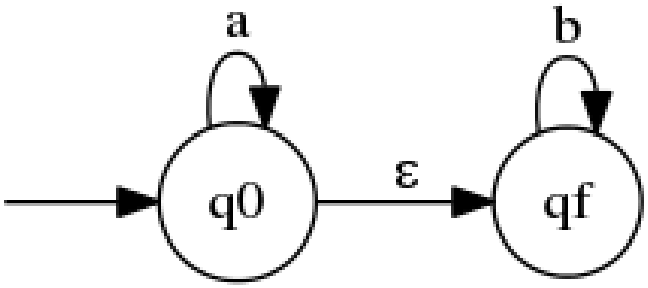
- Σ : Alfabeto;
- Q : Conjunto finito de estados possíveis;
- δ : função programa ou função de transição:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow 2^Q$$

- q_0 : estado inicial, $q_0 \in Q$
- F : conjunto de estados finais, $F \subseteq Q$

Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε) II

Exemplo:



δ	a	b	ε
$\rightarrow q0$	$\{q0\}$	-	$\{qf\}$
$*qf$	-	$\{qf\}$	

$$A_1 = (\{a, b\}, \{q0, qf\}, \delta, q0, \{qf\})$$

Ao processar o movimento vazio, cria-se uma segunda cabeça de leitura que irá para o destino da transição, enquanto a outra permanece na origem. Assim:

$$\delta(\{q0\}, \varepsilon) = \{q0, qf\}$$

Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε) III

- A diferença de um AFNε para um AFN está na função de transição δ;
- Movimento vazio (ou transição vazia) é representado pela aplicação da função programa, em um dado estado q ao símbolo especial ε. Ou seja: $\delta(q, \varepsilon)$;
- O processamento de um AFNε é análogo ao de um AFN;

Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε) IV

Linguagem Aceita/Rejeita

ACEITA(A) ou L(A) : Linguagem aceita pelo autômato A. É o conjunto de todas as palavras pertencentes a Σ^* tais que existe **pelo menos um** caminho alternativo que aceita a palavra. Assim:

$$ACEITA(A) = \{w | \ existe \ q \in \delta(q_0, w) \ tal \ que \ q \in F\}$$

REJEITA(A) : Todas as palavras pertencentes a Σ^* que são rejeitadas por A. Não há nenhum caminho que aceite a palavra;

Função Fecho Vazio I

Função Fecho Vazio

$$FECHO\text{–}\varepsilon : Q \rightarrow 2^Q$$

definida como segue:

- $FECHO\text{–}\varepsilon(q) = \{q\}, \quad se \quad \delta(q, \varepsilon)$ é indefinido;
- $FECHO\text{–}\varepsilon(q) = \{q\} \cup \delta(q, \varepsilon) \cup (\bigcup_{p \in \delta(q,\varepsilon)} FECHO\text{–}\varepsilon(p))$, caso contrário.

Função Fecho Vazio II

Função Fecho Vazio Estendida

$$FECHO\text{–}\varepsilon : 2^Q \rightarrow 2^Q$$

definida como segue:

$$FECHO\text{–}\varepsilon(P) = \bigcup_{q \in P} FECHO\text{–}\varepsilon(q)$$

Função Programa Estendida I

Definição

A função programa estendida é denotada por:

$$\underline{\delta} : 2^Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$$

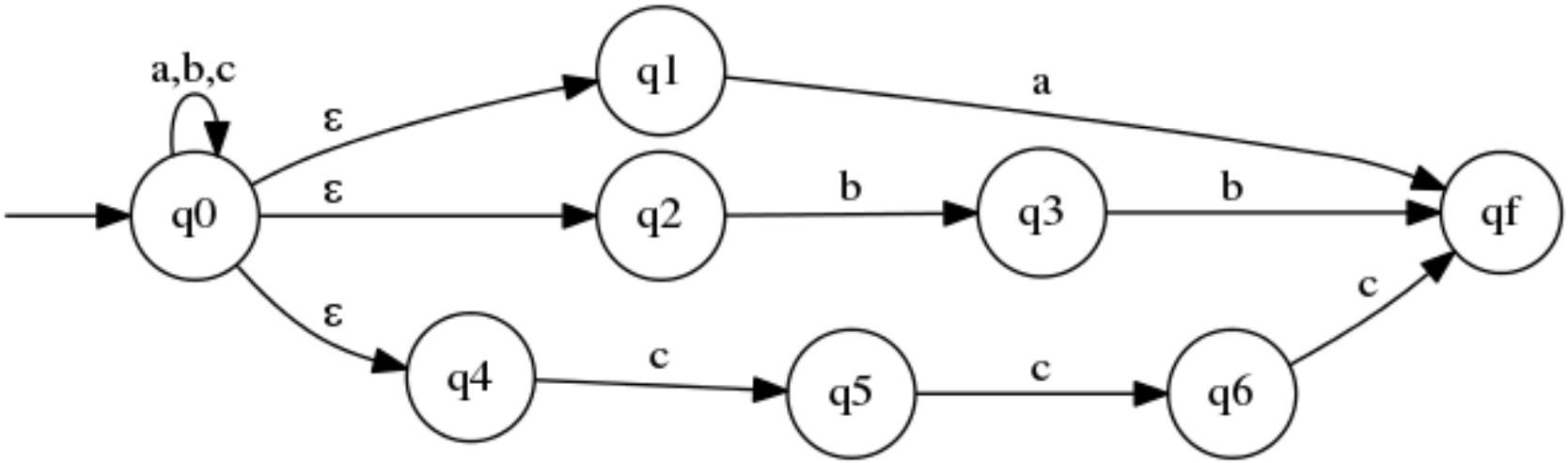
$$\underline{\delta}(P, \varepsilon) = FECHO\text{–}\varepsilon(P) \quad (1)$$

$$\underline{\delta}(P, wa) = FECHO\text{–}\varepsilon(R) \quad (2)$$

$$onde \quad R = \{r | r \in \delta(s, a) \quad e \quad s \in \underline{\delta}(P, w)\} \quad (3)$$

Função Programa Estendida II

Exemplo:



Sumário

1. Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε)
   - Função Fecho Vazio e Fecho Vazio Estendida
   - Função Programa Estendida
2. AFN x AFNε
3. Equivalência entre AFNε e AFN
   - AFN$\varepsilon \rightarrow$AFD

AFN x AFNε

- AFN parece aumentar o poder computacional;
- Mas o poder computacional é o mesmo;
- Mesma capacidade de reconhecimento;

Para cada AFNε é possível construir um AFN equivalente. O contrário também é verdadeiro.

Sumário

1 Autômatos Finitos Com Movimentos Vazio (AFNε)
- Função Fecho Vazio e Fecho Vazio Estendida
- Função Programa Estendida

2 AFN x AFNε

3 Equivalência entre AFNε e AFN
- AFNε $\rightarrow$AFD

Equivalência entre AFD e AFN I

Theorem

A classe dos AFNε é equivalente a classe dos AFN.

Como provar?

- Mostrar que a partir de um AFNε M qualquer, é possível construir um AFN que realiza o mesmo processamento;
- O contrário, mostrar que a partir de um AFN qualquer pode-se construir um AFNε equivalente, decorre trivialmente das definições $\neg\neg$.

AFNε $\rightarrow$AFD I

Como provar?

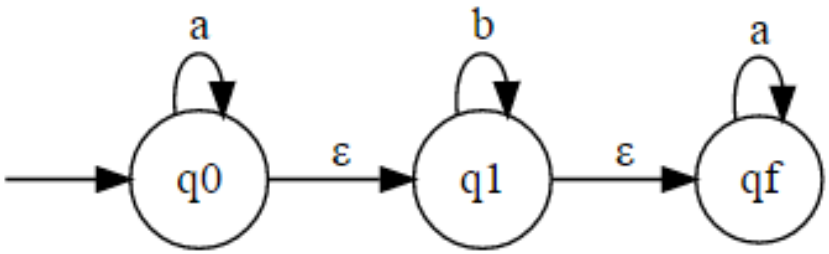
Seja $M = \{\Sigma, Q, \delta, q0, F\}$ um AFNε qualquer. Seja $M' = \{\Sigma, Q, \delta', q0, F'\}$ um AFN construído a partir de M como segue:

δ' : tal que $\delta' : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ onde $\delta'(q, a) = \underline{\delta}(\{q\}, a)$

F' : Conjunto de todos os estados q pertencentes a Q tal que algum elemento do $FECHO\text{–}\varepsilon(q)$ pertence a F;

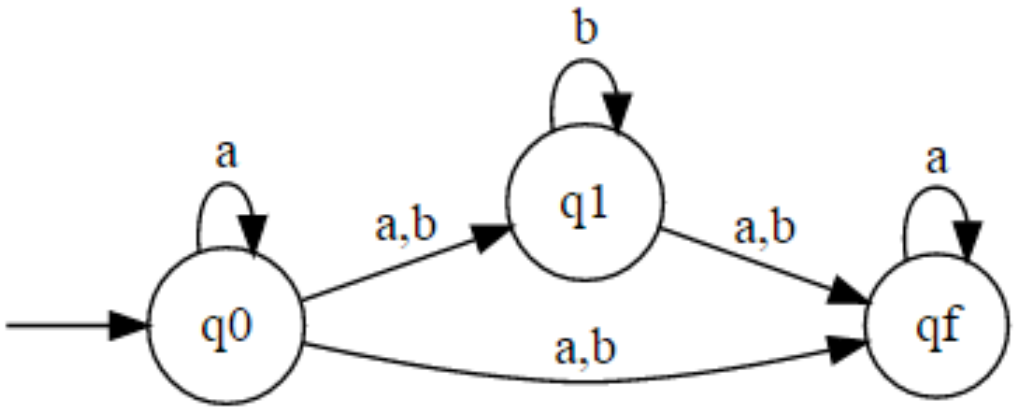
AFNε $\rightarrow$AFD II

Converter o seguinte AFNε em AFN:



δ	a	b	ε
$\rightarrow q0$	$\{q0\}$	-	$\{q1\}$
$q1$	-	$\{q1\}$	$\{q2\}$
$*q2$	$\{q2\}$	-	-

AFNε $\rightarrow$AFD III



References I