LFA - Linguagens Formais e Autômatos

Aula 05 - Expressão Regular e Gramática Regular

Leandro Israel Pinto

UDESC

22 de Março de 2015

Sumário

1. Expressão Regular
   - Prova ER → LR

Sumário

1. Expressão Regular
   - Prova ER → LR

Expressão Regular I

- Toda linguagem regular pode ser descrita por uma expressão regular;
- Trata-se de um formalismo denotacional;
- Definida a partir de conjuntos (linguagens) básicos e operações de concatenação e união;

Expressão Regular II

Definição

Uma Expressão Regular sobre um alfabeto Σ é definida como:

1. $\varnothing$ é uma ER e denota a linguagem vazia;
2. ε é uma ER e denota a linguagem contendo exclusivamente a palavra vazia, ou seja, $\{\varepsilon\}$;
3. Qualquer símbolo x pertencente a Σ é uma ER e denota a linguagem contendo a palavra unitária x, ou seja, $\{x\}$;
4. Se r e s são ER e denotam as linguagens R e S, respectivamente, então:
   1. $(r + s)$ é ER e denota a linguagem $R \cup S$
   2. (rs) é ER e denota a linguagem $RS = \{u \in Rev \in S\}$
   3. (r*) é ER e denota a linguagem R*

Expressão Regular III

- A omissão de parênteses é usual;
  - concatenação sucessiva tem precedência sobre concatenação e união;
  - a concatenação tem precedência sobre a união;
- Uma linguagem representada por uma Expressão Regular r é representada por $L(r)$ ou $GERA(r)$;

Expressão Regular IV

Exemplo:

1. aa
2. $ba*$
3. $(a+b)*$
4. $(a+b)*aa(a+b)*$
5. $a*ba*ba*$
6. $(a+b)*(aa+bb)$
7. $(a+\varepsilon)(b+ba)*$

ER → LR I

A classe das Expressões Regulares denotam exatamente a classe das Linguagens Regulares.

Prova

Uma linguagem é Regular se, e somente se, é possível construir um Autômato Finito que reconheça a linguagem.

- Assim, necessário mostrar que:
  1. Dada uma ER r qualquer, é possível construir um autômato finito M tal que

$$ACEITA(M) = GERA(r)$$

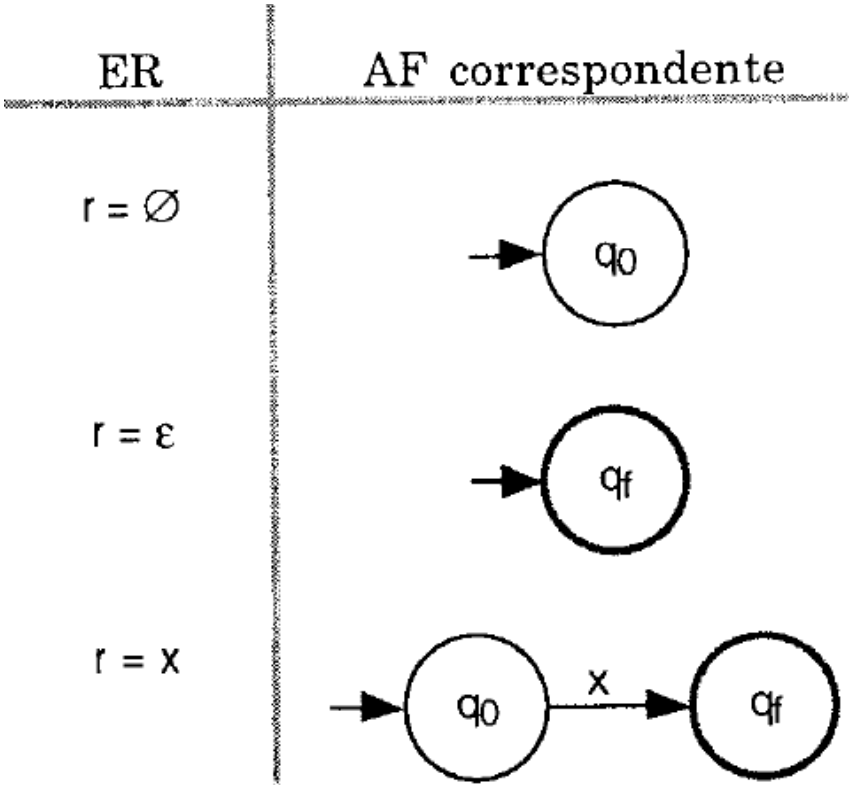
- A prova a seguir é por indução no número de operadores.

ER → LR II

Base de Indução

Seja r uma ER com zero operadores. Então r só pode ser da forma:

- $r = \varnothing$
- $r = \varepsilon$
- $r = x \quad (x \in \Sigma)$



ER → LR III

Hipótese de Indução

Seja r uma ER com até $n > 0$ operadores. Suponha que é possível definir um Autômato que aceita a linguagem gerada por r;

ER → LR IV

Passo de Indução

Seja r uma ER com $n+1$ operadores. Então r pode ser representada por um dos seguintes casos, onde r_1 e r_2 possuem no máximo n operadores:

- $r = r_1 + r_2$
- $r = r_1 r_2$
- $r = r_1*$

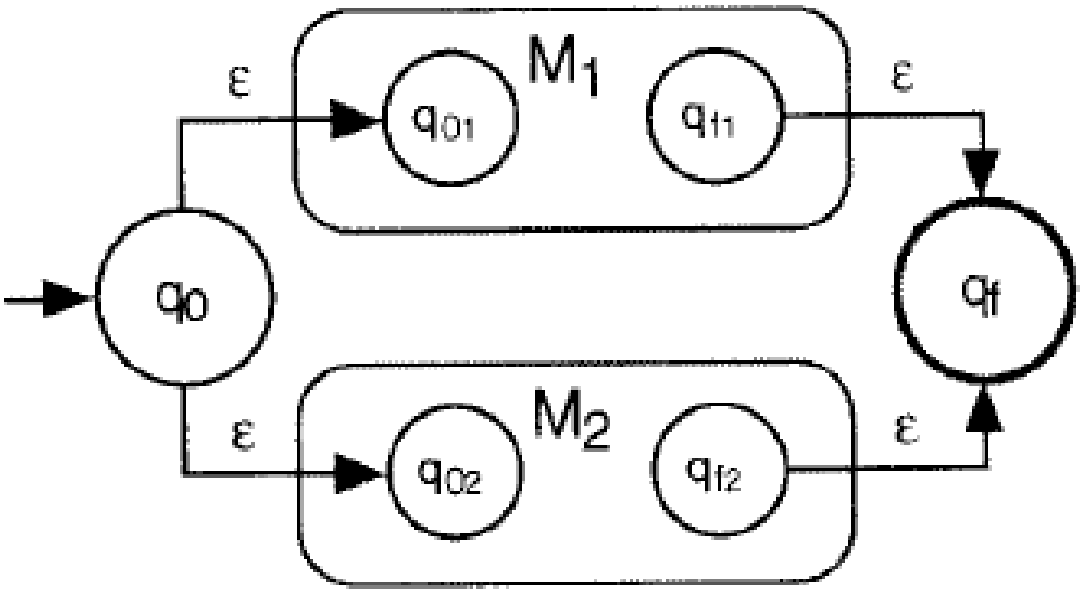
Por hipótese de indução, é possível construir os autômatos:

$$M_1 = (\Sigma_1, Q_1, \delta_1, q_{0_1}, \{q_{f1}\}) \quad M_2 = (\Sigma_2, Q_2, \delta_2, q_{0_2}, \{q_{f2}\})$$

ER → LR V

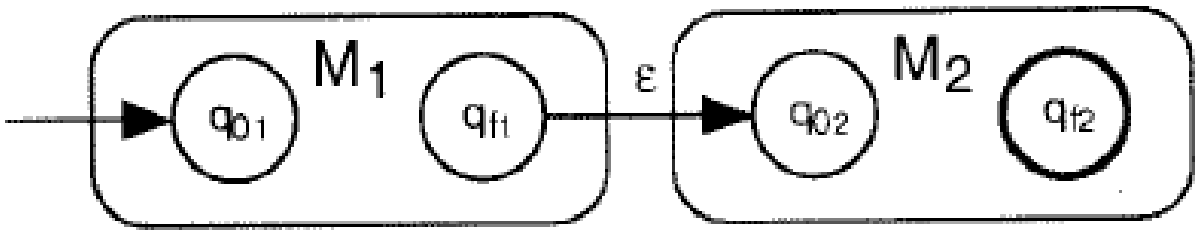
É possível criar um autômato para cada caso:

$r = r_1 + r_2$



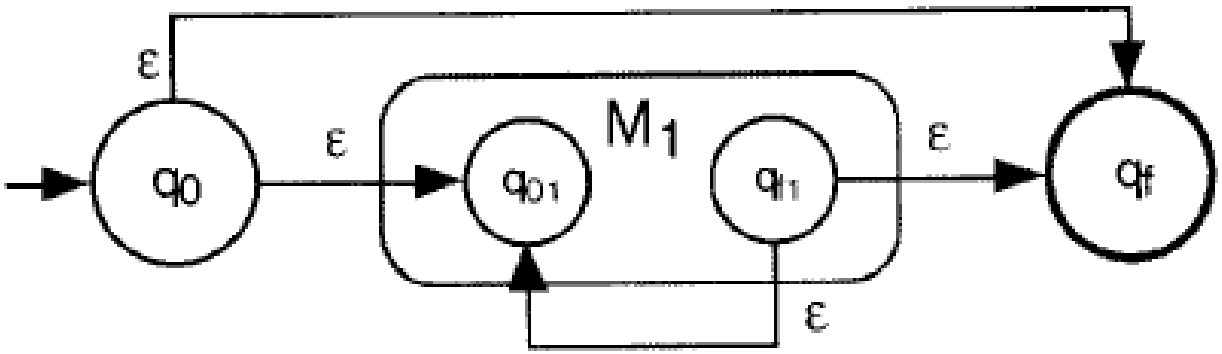
ER → LR VI

$r = r_1 r_2$



ER → LR VII

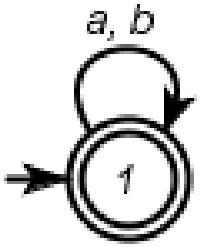
$r = r_1^*$

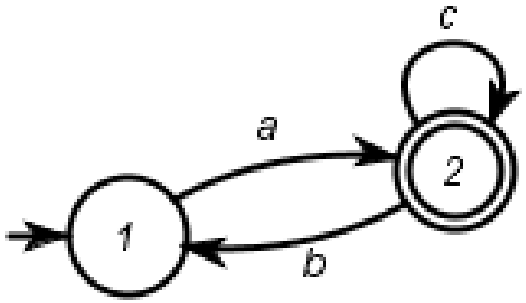


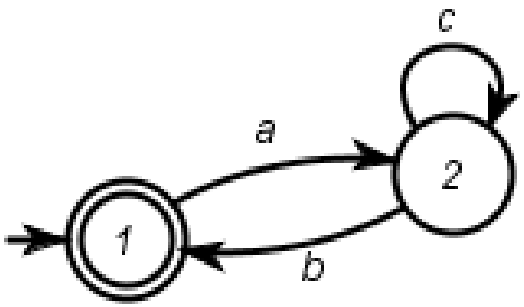
Encontre autômatos para:

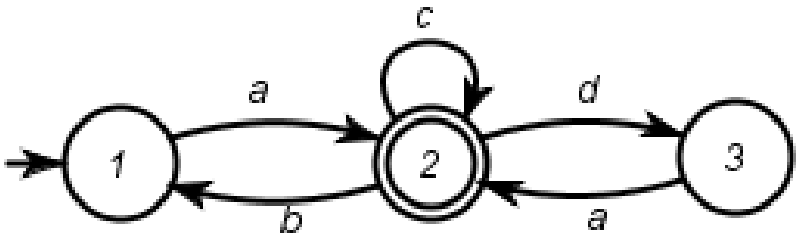
1. $a * ab * b$
2. $(a + b) * ab$
3. $(1 + 2 + 3) * 123$
4. $(ab) * +g$

Encontre expressões regulares para:









References I