Simplificação de Gramáticas Livres do Contexto

Prof. Leandro Israel Pinto

Sumário

- Simplificação de Gramáticas Livres do Contexto
- Algoritmo de Exclusão de Símbolos Inúteis
- Algoritmo para Exclusão das Produções Vazias
- Algoritmo para Exclusão das Produções da Forma $\boldsymbol{A \rightarrow B}$
- Simplificações Combinadas

Simplificação de Gramáticas Livres do Contexto

- Objetivo
  - Construção e otimização de algoritmos;
  - Usados na demonstração de teoremas;
- Simplificações
  - Exclusão de símbolos inúteis;
  - Exclusão de produções vazias do tipo $A \rightarrow \varepsilon$;
  - Exclusão de produções da forma $A \rightarrow B$;

Algoritmo de Exclusão de Símbolos Inúteis I

- **Etapa 1:** Garante que qualquer variável gera terminais;
- Gera-se uma nova gramática G_1:

$$G_1 = (V_1, T, P_1, S)$$

Onde V_1 é construído como segue:

$V_1 = \emptyset$;

$repita$

$$V_1 = V_1 \cup \{A | A \rightarrow \alpha \in P \; e \; \alpha \in (T \cup V_1)*\}$$

$até\ que\ o\ cardinal\ de\ V_1$ não aumente;

- P_1 possui os mesmos elementos de P, exceto as produções cujas variáveis não pertencem a V_1.

Algoritmo de Exclusão de Símbolos Inúteis II

- **Etapa 2:** Garante que qualquer símbolo é atingível a partir do símbolo inicial. A nova gramática é:

$$G_2 = (V_2, T_2, P_2, S)\ onde\ V_2\ e\ T_2\ são\ como\ segue:$$

$T_2 = \emptyset;$
$V_2 = \{S\};$
$repita$

$$V_2 = V_2 \cup \{A \mid X \rightarrow \alpha A \beta \in P_1, X \in V_2\};$$
$$T_2 = T_2 \cup \{a \mid X \rightarrow \alpha a \beta \in P_1, X \in V_2\};$$

$até\ que\ os\ cardinais\ de\ V_2\ e\ T_2\ não\ aumentem;$

- P_2 possui os mesmos elementos de P_1, exceto as produções cujos símbolos não pertencem a V_2 ou T_2.

Algoritmo de Exclusão de Símbolos Inúteis - Exemplo

- Exclua os símbolos inúteis da seguinte gramática:

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S), onde:$$
$$P = \{S \rightarrow aAa \mid bBb, A \rightarrow a \mid S, C \rightarrow c\}$$

Algoritmo para Exclusão das Produções Vazias I

- **Etapa 1:** Conjunto de variáveis que constituem produções vazias:

$$V_\varepsilon = \{A | A \rightarrow \varepsilon\};$$

$$repita$$

$$V_\varepsilon = V_\varepsilon \cup \{X | X \rightarrow X_1 \dots X_n \in P \; tal \; que \; X_1 \dots X_n \in V_\varepsilon$$

$$até \; que \; o \; cardinal \; de \; V_\varepsilon \; não \; aumente;$$

Algoritmo para Exclusão das Produções Vazias II

- **Etapa 2:** Conjunto de produções sem produções vazias. A gramática resultante é:

$$G_1 = (V, T, P_1, S)\ onde\ P_1\ \text{é}\ como\ segue:$$

$P_1 = \{A \rightarrow \alpha | \alpha \neq \varepsilon\};$
$repita$
$para\ toda\ A \rightarrow \alpha \in P_1\ e\ X \in V_\varepsilon\ tal\ que$
$\alpha = \alpha_1 X \alpha_2\ e\ \alpha_1\alpha_2 \neq \varepsilon$
$faça\ P_1 = P_1 \cup \{A \rightarrow \alpha_1\alpha_2\}$
$\text{até}\ que\ o\ cardinal\ de\ P_1\ \text{não}\ aumente;$

Algoritmo para Exclusão das Produções Vazias III

- **Etapa 3:** inclusão de geração da palavra vazia, se necessário:

$$G_2 = (V, T, P_2, S)\ onde:$$

$$P_2 = P_1 \cup \{S \rightarrow \varepsilon\}$$

- Incluir produção vazia somente se a palavra vazia pertence a linguagem.

Algoritmo para Exclusão das Produções Vazias - Exemplo

Exclua as produções vazias da gramática a seguir:

$$G = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, P, S), onde:$$

$$P = \{S \rightarrow aXa|bXb|\varepsilon, \quad X \rightarrow a|b|Y,$$

$$Y \rightarrow \varepsilon\}$$

Algoritmo para Exclusão das Produções da Forma $A \rightarrow B$

- **Etapa 1:** Construção do fecho de cada variável.

$para\ toda\ A \in V$

$faça\ FECHO - A = \{B | A \neq B\ e\ A \Rightarrow^{+} B\}$

$usando\ exclusivamente$

$produções\ da\ forma\ X \rightarrow Y$

Algoritmo para Exclusão das Produções da Forma $A \rightarrow B$

- **Etapa 2:** Exclusão das produções da forma $A \rightarrow B$. Resulta em G_1.

$$G_1 = (V, T, P_1, S)\ onde:$$

$P_1 = \{A \rightarrow \alpha | \alpha \notin V\};$

$para\ toda\ A \in V\ e\ B \in FECHO - A$

$faça\ se\ B \rightarrow \alpha \in P\ e\ \alpha \notin V$

$\quad então\ P_1 = P_1 \cup \{A \rightarrow \alpha\};$

Algoritmo para Exclusão das Produções da Forma $A \rightarrow B$ - Exemplo

- Exclua produções da forma $A \rightarrow B$:

$$G = (\{S, X\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \rightarrow aXa|bXb, X \rightarrow a|b|S|\varepsilon\}$$

Simplificações Combinadas

- Recomendado seguir essa sequência de simplificação:

1. Exclusão de produções vazias;
2. Exclusão de produções do tipo $A \rightarrow B$;
3. Exclusão de símbolos inúteis;

Referências

- HOPCROFT, J. E., ULLMAN, J. D. e MOTWANI, R. Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação. Ed. Campus, 2002.
- MENEZES, P. F. B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros Didáticos n°3. 4ª edição. Ed. Sagra Luzzato, 2002.