Formas Normais
Gramáticas Livres de Contexto

Prof.: Leandro Israel Pinto

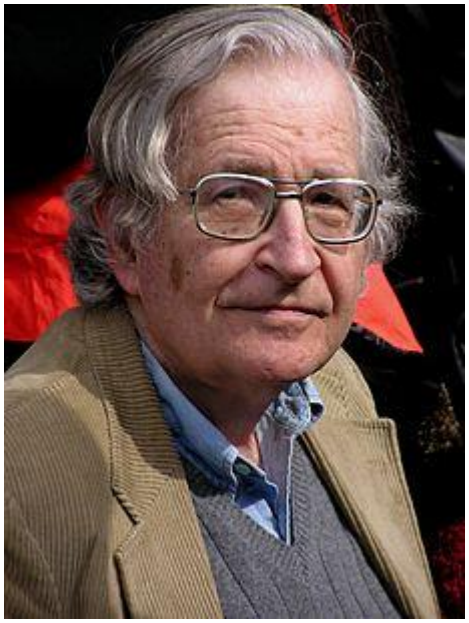
Sumário

- Formas Normais
- Forma Normal de Chomsky
- Forma Normal de Greibach
- Exercícios

Utilidade das Formas Normais

- São usadas principalmente no desenvolvimento de algoritmos (destaque aos reconhecedores de linguagens) e na prova de teoremas.





Formas Normais

- Estabelecem restrições rígidas na definição de produções, sem reduzir o poder de geração das GLCs (Gramáticas Livres de Contexto);
- Obtenção de gramáticas adequadas para o parsing e para obtenção de autômato de pilha para LLC

- Forma Normal de Chomsky
  - $A \rightarrow BC, \quad A \rightarrow a$

- Forma Normal de Greibach
  - $A \rightarrow a\alpha$, onde α é uma sequência de variáveis

Forma Normal de Chomsky

- Toda LLC (Linguagem Livre de Contexto) sem ε tem uma gramática G na qual todas as produções são da forma:

- $A \rightarrow BC$
- $A \rightarrow a$

Forma Normal de Chomsky
Passos para Transformação

- Para transformar uma GLC na forma normal de Chomsky, deve-se executar uma simplificação preliminar:
  1. Eliminar símbolos inúteis;
  2. Eliminar produções vazias ($A \rightarrow \varepsilon$);
  3. Eliminar produções unitárias ($A \rightarrow B$);

Forma Normal de Chomsky
Passos para Transformação

- Com a gramática simplificada, faz-se a transformação para Forma Normal de Chomsky:
  1. Todas as produções com tamanho maior que 2 devem ser alteradas para terem somente variáveis;
  2. Todas as produções com tamanho maior ou igual a três devem ser quebradas em produções cascatas, cada uma com duas variáveis:

Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow E + T$$

Produção maior que 2

$$E \rightarrow a$$

$$E \rightarrow b$$

$$T \rightarrow a$$

$$T \rightarrow b$$

Já está na Forma Normal de Chomsky

Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow E + T$$

$$E \rightarrow a$$

$$E \rightarrow b$$

$$T \rightarrow a$$

$$T \rightarrow b$$

Cria-se uma variável para cada símbolo terminal

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

$$O \rightarrow +$$

Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow E + T$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$

Substitui-se

$$A \rightarrow a$$
$$B \rightarrow b$$
$$O \rightarrow +$$

$$E \rightarrow EOT$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$
$$O \rightarrow +$$

Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow EOT$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$
$$O \rightarrow +$$

Produção maior ou igual a 3

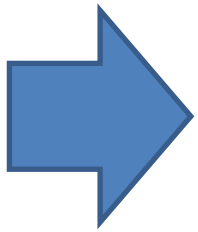
Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow EC_1$$
$$C_1 \rightarrow OT$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$
$$O \rightarrow +$$

Quebra-se

Forma Normal de Chomsky
Exemplo de Transformação

$$E \rightarrow E + T$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$



$$E \rightarrow EC_1$$
$$C_1 \rightarrow OT$$
$$E \rightarrow a$$
$$E \rightarrow b$$
$$T \rightarrow a$$
$$T \rightarrow b$$
$$O \rightarrow +$$

Exercícios

- Coloque a gramática a seguir na Forma de Chomsky

$$S \rightarrow ASB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aAS \mid a$$

$$B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$$

Forma Normal de Greibach

- Produções da Forma: $A \rightarrow a\alpha$, onde a é terminal e α é uma sequência de zero ou mais variáveis;
- Mais complexo converter para essa forma;
  - Mesmo partindo de uma gramática na forma normal de Chomsky;
- Passos para transformação:
  1. Simplificação;
  2. Renomeação de variáveis;
  3. Transformar para $A_r \rightarrow A_s\alpha$, onde $r \leq s$ (e recursões);
  4. Eliminar inícios por variável ($A_1 \rightarrow A_2A_2$);

Forma Normal de Greibach

- Transformação para a Forma Normal de Greibach

$$S \to AA \mid a$$
$$A \to SS \mid b$$

Renomeação em ordem crescente

$$A_1 \to A_2 A_2 \mid a$$
$$A_2 \to A_1 A_1 \mid b$$

Forma Normal de Greibach

- Eliminar $A_r \rightarrow A_s\alpha$, onde $r > s$
- Excluir tal produção
- E incluir $A_r \rightarrow \beta\alpha$, onde β é o lado direito das produções de As;

$$A_1 \rightarrow A_2A_2 \mid a$$
$$A_2 \rightarrow A_1A_1 \mid b$$



$$A_1 \rightarrow A_2A_2 \mid a$$
$$A_2 \rightarrow A_2A_2A_1 \mid aA_1 \mid b$$

Forma Normal de Greibach

- Eliminar recursões

$$A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a$$

$$A_2 \rightarrow A_2 A_2 A_1 \mid a A_1 \mid b$$



$$A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a$$

$$A_2 \rightarrow a A_1 \mid b \mid a A_1 B \mid b B$$

$$B \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B$$

Forma Normal de Greibach

- Colocar terminal no início

$$A_1 \rightarrow A_2 A_2 \mid a$$

$$A_2 \rightarrow aA_1 \mid b \mid aA_1 B \mid bB$$

$$B \rightarrow A_2 A_1 \mid A_2 A_1 B$$



$$A_1 \rightarrow aA_1 A_2 \mid bA_2 \mid aA_1 BA_2 \mid bBA_2 \mid a$$

$$A_2 \rightarrow aA_1 \mid b \mid aA_1 B \mid bB$$

$$B \rightarrow aA_1 A_1 \mid bA_1 \mid aA_1 BA_1 \mid bBA_1 \mid aA_1 A_1 B \mid bA_1 B \mid aA_1 BA_1 B \mid bBA_1 B$$

Recursão a Esquerda

- Entende-se por recursão a esquerda a ocorrência da seguinte situação:

$$A \Rightarrow^{+} A\alpha$$

- Uma variável deriva ela mesma, de forma direta ou indireta, como símbolo mais a esquerda de uma subpalavra gerada.

Recursão a Esquerda

- Elimina-se a recursão a esquerda executando-se as quatro primeiras etapas do algoritmo de Greibach.

1. Simplificação da Gramática
2. Renomeação das variáveis em ordem crescente
3. Qualquer produção é da forma $A_r \rightarrow A_s\alpha \; onde \; r < s$
4. Exclusão das recursões

Referências

- HOPCROFT, J. E., ULLMAN, J. D. e MOTWANI, R. Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação. Ed. Campus, 2002.
- MENEZES, P. F. B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros Didáticos n°3. 4ª edição. Ed. Sagra Luzzato, 2002.