Autômato com Pilha

Prof. Leandro Israel Pinto

Sumário

- Autômato com Pilha
- Estrutura da Pilha
- Definição
- Algumas Características da Função Programa
- Processando
- Exemplo

Autômato com Pilha

- A classe das LLCs pode ser associada a um formalismo denominado autômato com pilha;
- O AP é análogo ao AF, incluindo uma pilha como memória auxiliar e a facilidade de não determinismo;
- A pilha é independente da fita de entrada e é infinita;
- A facilidade de não determinismo aumenta o poder computacional dos Autômatos com Pilha, permitindo reconhecer exatamente a Classe das LLCs

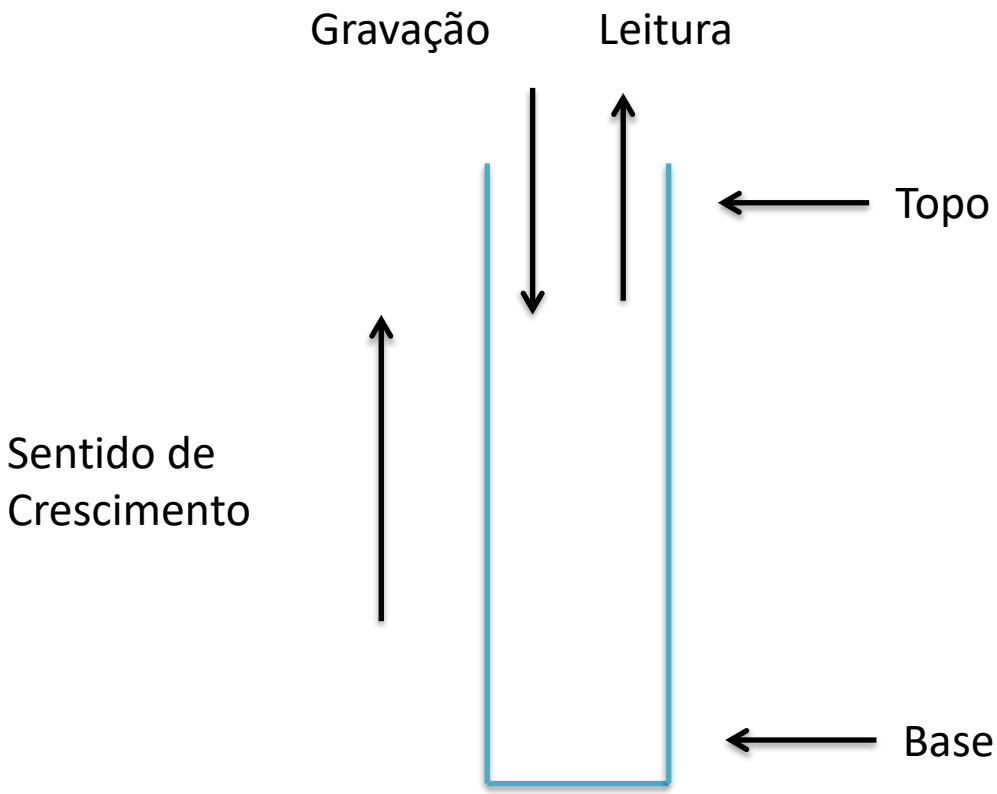
$$\{ww^r | w \text{ é } palavra\ sobre\ \{a, b\}\}$$

Autômato com Pilha

- Poder computacional do AP é muito superior ao do AF.
  - Mas, ainda é restrito se for determinístico, não sendo possível reconhecer:

$\{ww | w \text{ é } palavra\ sobre\ \{a, b\}\}\ ou\ \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$

Estrutura da Pilha



Definição

- Possui duas definições universalmente aceitas
  - Diferem no critério de parada do autômato;

1. O valor inicial é vazio e o autômato para aceitando ao atingir um estado final
2. A pilha contem um símbolo inicial. Não existem estados finais e autômato para aceitando quando a pilha estiver vazia

- As duas definições são equivalentes
  - Utilizaremos a definição 1

Definição

- Um AP é composto por:

1. Fita
2. Pilha
3. Unidade de Controle
    1. Possui uma cabeça de fita
    2. E uma cabeça de Pilha
4. Programa
    1. Comanda a leitura da fita, leitura e gravação da pilha e define o estado da máquina

Definição

Um Autômato com Pilha Não-Determinístico (APN) é uma 6-upla:

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F, V)$$

Onde:

- Σ: *Alfabeto de Entrada;*
- Q: *conjunto de estados;*
- δ: *função programa:*

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon, ?\}) \times (V \cup \{\varepsilon, ?\}) \rightarrow 2^{Q \times V^*}$$

- q_0: *estado inicial;*
- F: *conjunto de estados finais;*
- V: *alfabeto auxiliar.*

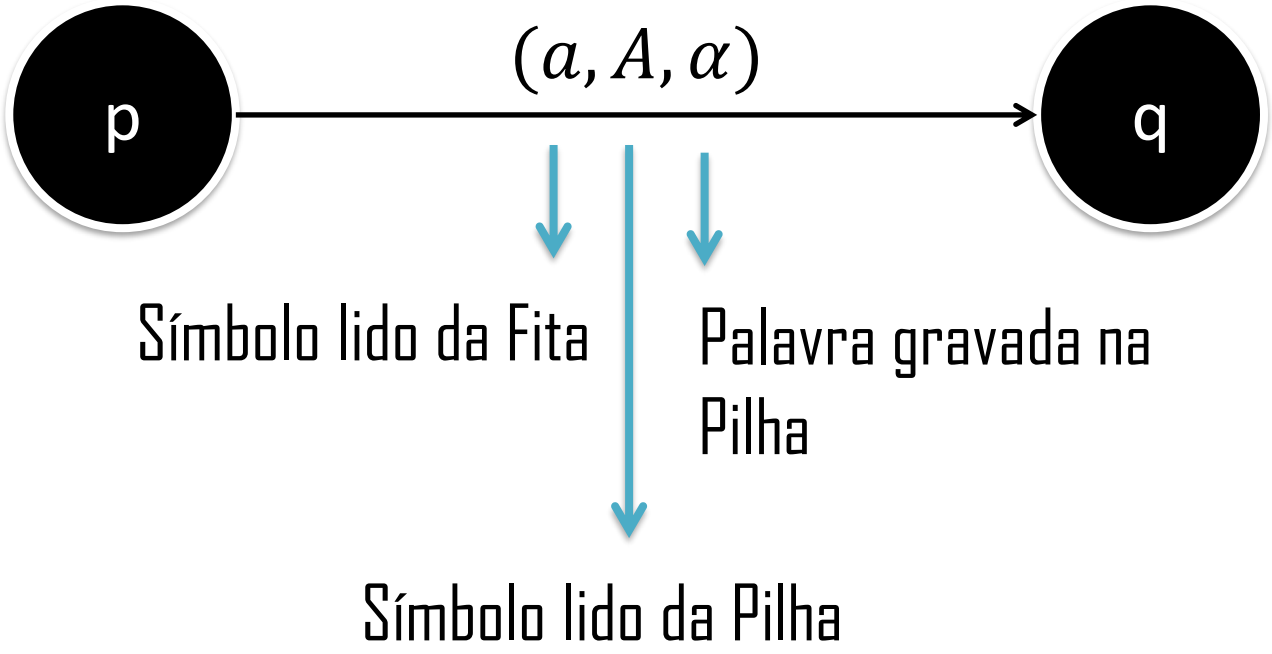
Algumas Características da Função Programa

- A função pode não ser total;
- ?: Indica o teste de pilha vazia ou toda palavra de entrada lida;
- ε:
  - Leitura: movimento vazio da fita ou da pilha
  - Gravação: nenhuma gravação é realizada;

$$\delta(p, ?, \varepsilon) = \{(q, \varepsilon)\}$$

No estado p, se a entrada foi lida completamente, não lê da pilha, assume o estado q e não grava na pilha.

Função Programa



Se α é uma palavra, o símbolo mais a esquerda será o topo da pilha

Processando

- O processamento de um AP, para uma palavra consiste na sucessiva aplicação da função programa até ocorrer uma condição de parada;
- É possível que um AP nunca pare;
- Pode parar aceitando/rejeitando ou ficar em loop infinito:

1. Um caminho assume um estado final. O AP para e aceita a palavra;
2. Todos os caminhos rejeitam. O AP para e a palavra é rejeitada;
3. Pelo menos um caminho está em loop. O AP está em loop infinito.

Notações

- ACEITA(M) ou L(M): conjunto de todas as palavras de $\Sigma*$ aceitas por M;
- REJEITA(M): conjunto de todas as palavras de $\Sigma*$ rejeitadas por M;
- LOOP(M): conjunto de todas as palavras de $\Sigma*$ para as quais M fica em loop.
- Afirmações Verdadeiras:
  - $ACEITA(M) \cap REJEITA(M) \cap LOOP(M) = \emptyset$
  - $ACEITA(M) \cup REJEITA(M) \cup LOOP(M) = \Sigma*$
  - O Complemento de:
    - $ACEITA(M)$ é $REJEITA(M) \cup LOOP(M)$
    - $REJEITA(M)$ é $ACEITA(M) \cup LOOP(M)$
    - $LOOP(M)$ é $ACEITA(M) \cup REJEITA(M)$

Exemplo

Considere $L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$

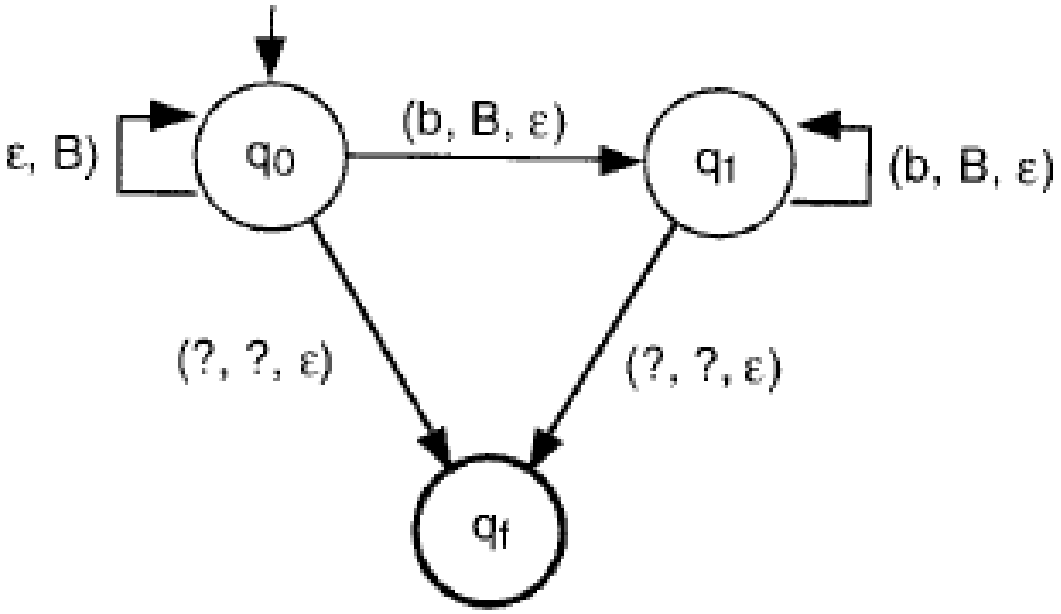
$$M = \left(\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\}, \{B\}\right)$$

$onde\ \delta$ é:

$$\delta(q_0, a, \varepsilon) = \{(q_0, B)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_0, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$$

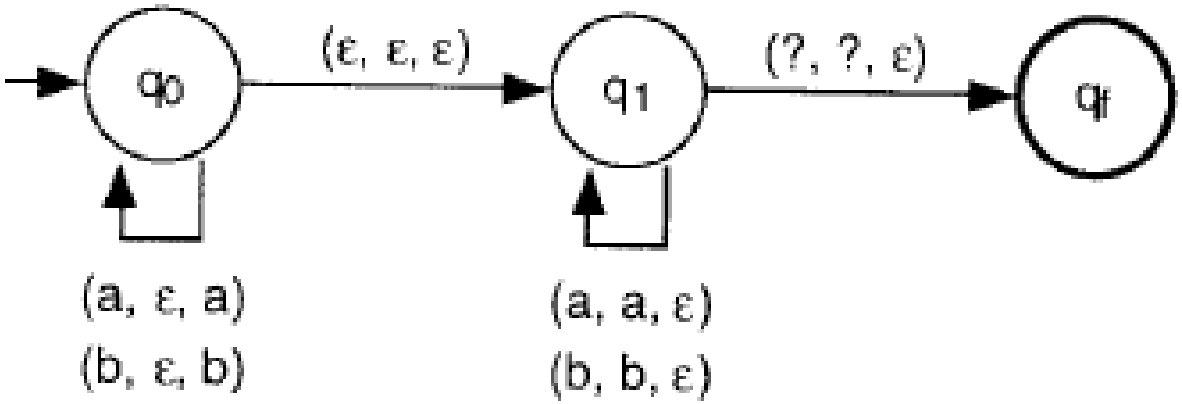
Exemplo

$$\delta(q_0, a, \varepsilon) = \{(q_0, B)\}$$
$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_0, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q_1, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$$



Exemplo

Considere $L = \{ww^r | w\ pertence\ a\ \{a, b\}*\}$



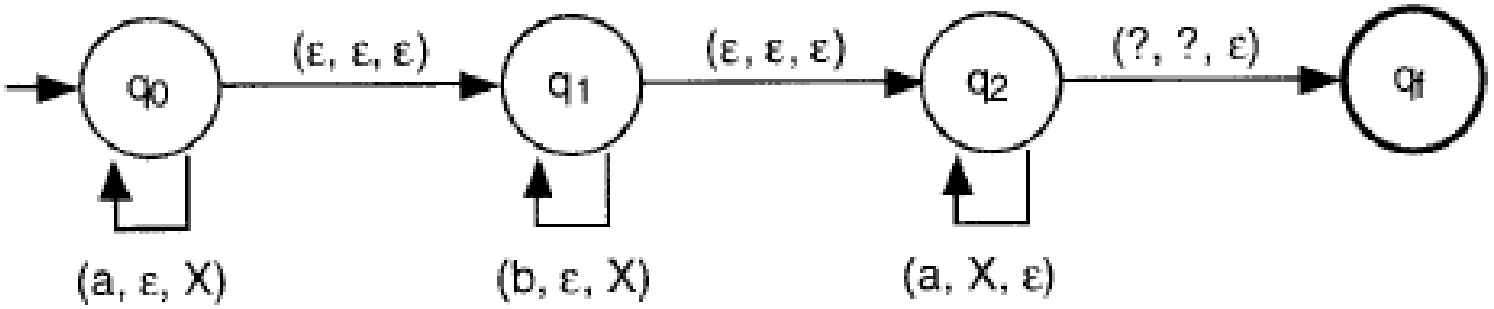
Exercício

Considere

$$L = \{a^n b^m a^{n+m} | n \geq 0, m \geq 0\}$$

Resposta

Explique a resposta:



Referências

- HOPCROFT, J. E., ULLMAN, J. D. e MOTWANI, R. Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação. Ed. Campus, 2002.
- MENEZES, P. F. B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros Didáticos n°3. 4ª edição. Ed. Sagra Luzzato, 2002.