Autômato com Pilha e Linguagens Livres do Contexto

Prof. Leandro Israel Pinto

AP e LLC

- A classe das LLC reconhecidas pelos AP é igual à classe das LLC geradas pelas GLC;
- Para qualquer GLC, existe um AP que reconheça a linguagem e sempre pára;
- A construção de um AP a partir de uma GLC é simples e imediata;
- Qualquer LLC pode ser reconhecida por AP com apenas um estado lógico
  - Memorizar através de estados não aumenta o poder computacional de um AP;

Teorema: GLC -> AP

- Se L é uma LLC, então existe um AP M tal que ACEITA(M)=L
- A demonstração consiste na construção de um AP a partir da GLC na FNG;
- O AP gerado simula a derivação mais a esquerda:
  - Suponha $A \rightarrow a\alpha$:
  - Lê o símbolo a da fita;
  - Lê o símbolo A da pilha;
  - Empilha a palavra α.

Teorema: GLC -> AP

- A construção do AP é como segue:

- Seja $G = (V, T, P, S)$ uma GLC na FNG;

Então M é:

$$M = (T, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\}, V)$$
$$onde:$$

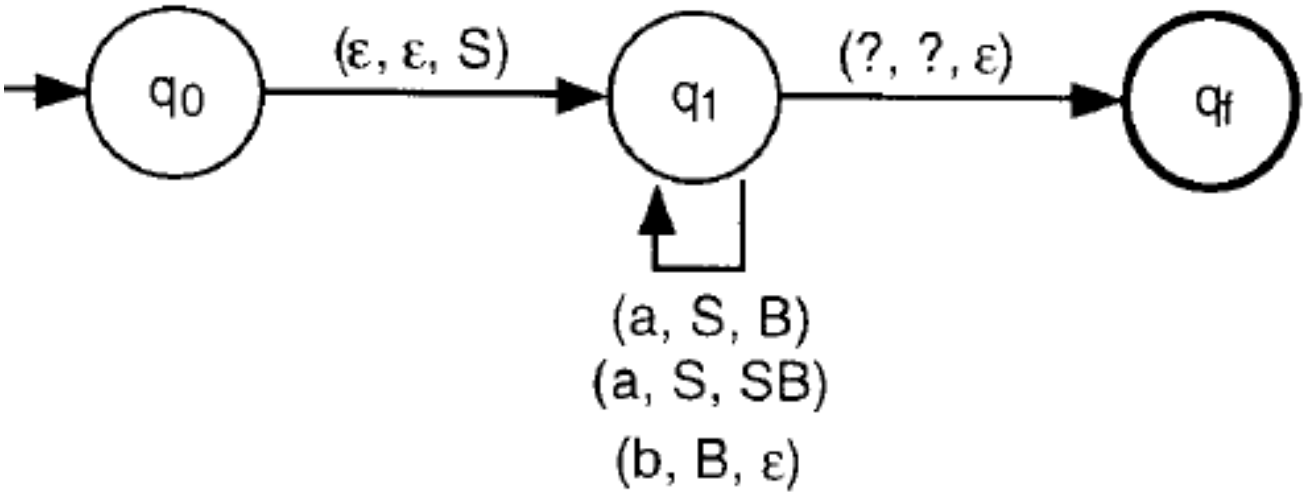
$\delta(q_0, \varepsilon, \varepsilon) = \{(q_1, S)\}$
$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, \alpha) | A \to a\alpha \in P\}$
$\delta(q_1, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$

Exemplo

$$L = \{a^n b^n | n \geq 1\}$$

$$G = (\{S, B\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \rightarrow aB | aSB, B \rightarrow b\}$$

Exemplo



AP x Número de Estados

- Se L é uma LLC, então:
  - Existe um AP com controle de aceitação por estados finais, com somente três estados tal que $ACEITA(M) = L$;
  - Existe um AP com controle de aceitação por pilha vazia, com somente um estado tal que $ACEITA(M) = L$.

Existência de um AP que Sempre PÁra

- Se L é uma LLC, então existe um AP tal que:
  - $ACEITA(M) = L$
  - $REJEITA(M) = \Sigma * - L$
  - $LOOP(M) = \emptyset$

- Ou seja, para qualquer LLC existe um AP que sempre pára para qualquer entrada.

Estados x Poder Computacional

- O uso de estados como memória não aumenta o poder de reconhecimento do AP.

Número de Pilhas e Poder Computacional

- O AP é frequentemente referenciado em estudos aplicados e formais
  - Estrutura de pilha é adequada para implementação em computadores;
  - Poucas modificações sobre a definição determinam significativas alterações no poder computacional.
- O AP Determinístico aceita um subconjunto das LLCs, denominadas LLC Determinísticas.
  - A classe das LLCD inclui muitas das linguagens aplicadas em informática, com destaque para as de programação;

Número de Pilhas e Poder Computacional

- AP com duas Pilhas (A2P): é equivalente, em termos de poder computacional, à Máquina de Turing, considerado o dispositivo mais geral de computação.
- AP com mais de duas pilhas (AnP) tem poder computacional equivalente ao A2P.

Propriedades das LLC

- LLC são mais gerais que as LR, mas ainda são restritas;
- É fácil definir linguagens que não são LLC, como:

$$\{ww | w\ pertence\ a\ \{a, b\}*\}$$

$$\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$$

- Como determinar se uma linguagem é LLC?
  - Basta expressar com um AP ou GLC
  - Lema do bombeamento para LLC, para determinar que não é LLC
- A classe das LLC é fechada para operações de união e concatenação. E não é fechada para operações de intersecção e complemento?

Exercícios

- Pag 127
  - 3.2
  - 3.3
    - d, e, f

Referências

- HOPCROFT, J. E., ULLMAN, J. D. e MOTWANI, R. Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação. Ed. Campus, 2002.
- MENEZES, P. F. B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros Didáticos n°3. 4ª edição. Ed. Sagra Luzzato, 2002.