ALGORITMOS DE RECONHECIMENTO

Prof. Leandro Israel Pinto

Sumário

- Algoritmos de Reconhecimento
- Autômato com Pilha Descendente
- Algoritmo Cocke-Younger-Kasami (CYK)

Algoritmos de Reconhecimento

- Verificar se uma palavra pertence a linguagem;
  - Uma das principais questões relacionadas ao estudo das linguagens formais;
- Dispositivo de Reconhecimento
  - Poder ser especificado como Autômato;
  - Ou como um algoritmo implementável;
- Importante determinar a quantidade de recursos

Algoritmos de reconhecimento

- AP são simples, mas geralmente ineficientes;

$$k^{|w|}$$

Onde k depende do autômato;

- Existem uma série de algoritmos mais eficientes como:

$$|w|^3$$

Algoritmos de Reconhecimento

- Os reconhecedores podem ser de dois tipos

- *Top-Down ou Preditivo*:
  - Constrói a arvore de derivação a partir da raiz;

- *Bottom-up*:
  - Constrói a árvore de derivação a partir das folhas, em direção a raiz;

Autômato com pilha descendente

- Forma alternativa de construir um AP a partir de uma GLC;

1. Empilha o símbolo inicial;
2. Se o topo for variável, substitui por todas as produções (de forma não-determinística);
3. Se o topo for um terminal, verifica se é igual ao próximo símbolo da entrada.

Autômato com pilha descendente

- A partir de uma GLC sem recursão a esquerda:

$$G = (V, T, P, S)$$

Fazemos:

$$M = \left(T, \{q_0, q_1, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\}, V \cup T\right), onde:$$

$\delta(q_0, \varepsilon, \varepsilon) = \{(q_1, S)\}$

$\delta(q_1, \varepsilon, A) =$
$\{(q_1, \alpha) | A \to \alpha \in P\}, para\ toda\ variável\ A$

$\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}, para\ todo\ terminal\ a\ de\ T$

$\delta(q_1, ?, ?) = \{(q_f, \varepsilon)\}$

EXEMPLO

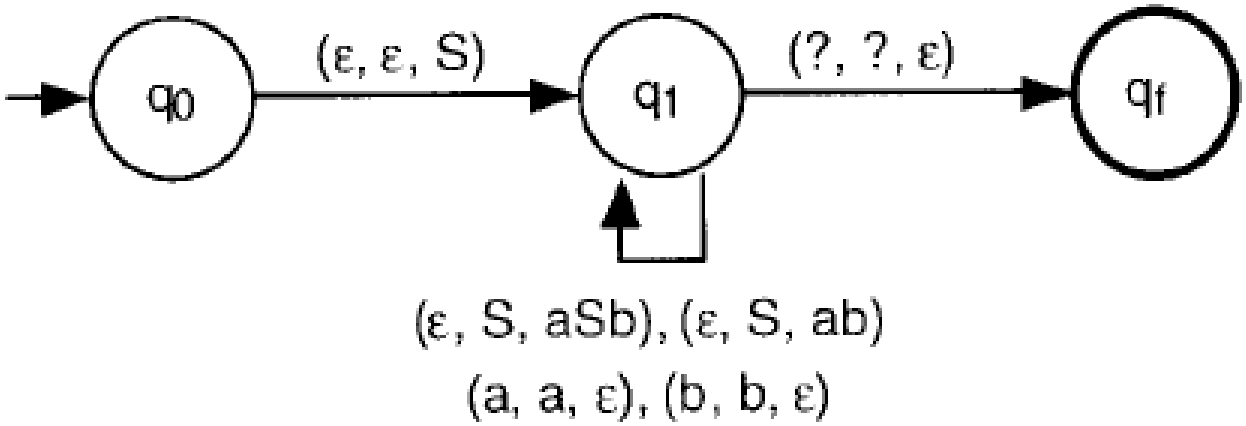
$$L = \{a^n b^n | n \geq 1\}$$

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S), onde:$$
$$P = \{S \rightarrow aSb | ab\}$$

EXEMPLO

$$L = \{a^n b^n | n \geq 1\}$$

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S), onde:$$
$$P = \{S \rightarrow aSb | ab\}$$



Algoritmo Cocke-Younger-Kasami (CYK)

- Construído sobre uma gramática na forma normal de Chomsky.
- Gera Bottom-up todas as árvores de derivação da entrada em um tempo $|w|^3$;
- A ideia é construir uma tabela triangular de derivação, sendo que cada célula representa o conjunto de raízes que pode gerar a correspondente sub-árvore.
  - Se um dos símbolos no topo da tabela for o símbolo inicial da gramática, então a entrada é aceita.

DEFINIÇÃO CYK

1. Produções $A \to a$;

$para\ r\ variando\ de\ 1\ até\ n$

$faça\ V_{r_1} = \{A | A \to a_r \in P\}$

1. Produções $A \to BC$

$para\ s\ variando\ de\ 2\ até\ n$

$faça\ para\ r\ variando\ de\ 1\ até\ n - s + 1$

$faça\ V_{r_s} = \emptyset$

$para\ k\ variando\ de\ 1\ até\ s - 1$

$faça\ V_{r_s} = V_{r_s} \cup \{A | A \to BC \in \mathrm{P}, B \in V_{r_k}\ e\ C \in V_{(r+k)_{(s-k)}}\}$

EXEMPLO

Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

EXEMPLO

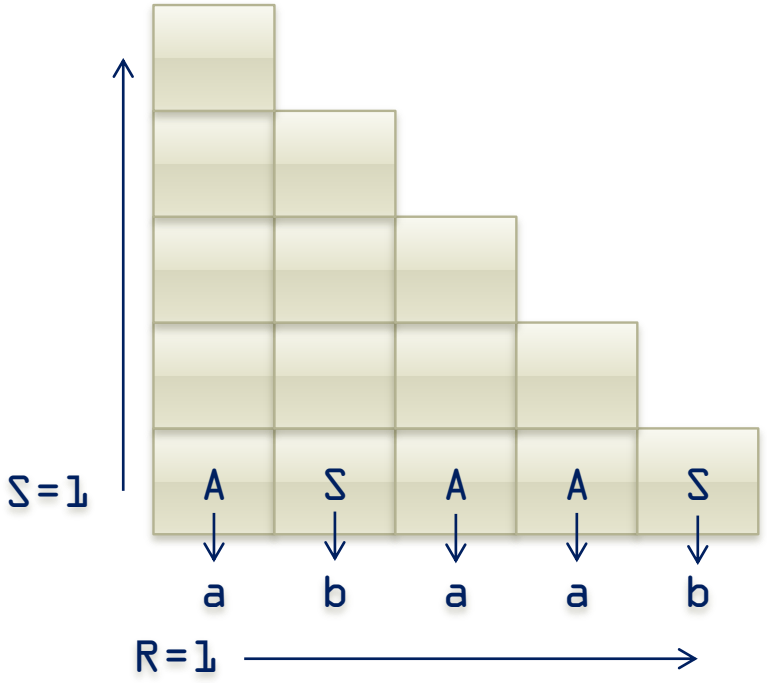
Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$

$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Para a linha 1, colocamos as variáveis que produzem os terminais da palavra.



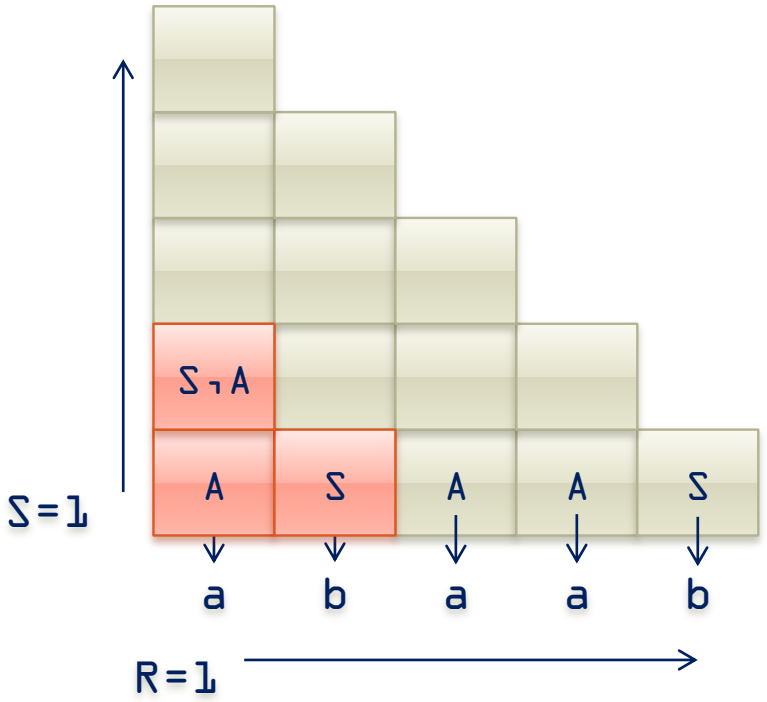
EXEMPLO

Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Depois preenche-se considerando as celulas abaixo:
$s = 2, r = 1, k = 1: A \to BC, B \in V_{1_1}\ e\ C \in V_{2_1}; V_{1_2} = \emptyset \cup \{S, A\} = \{S, A\}$

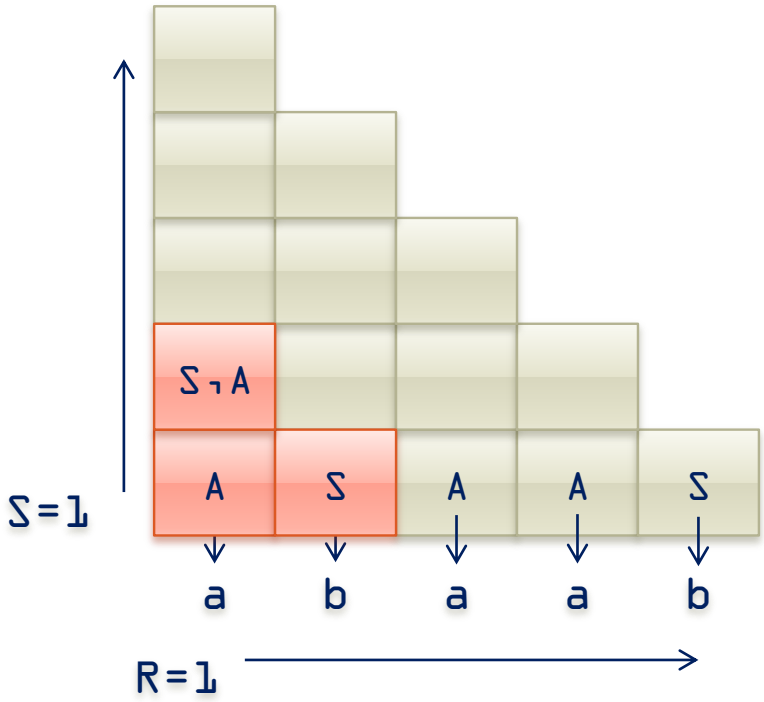


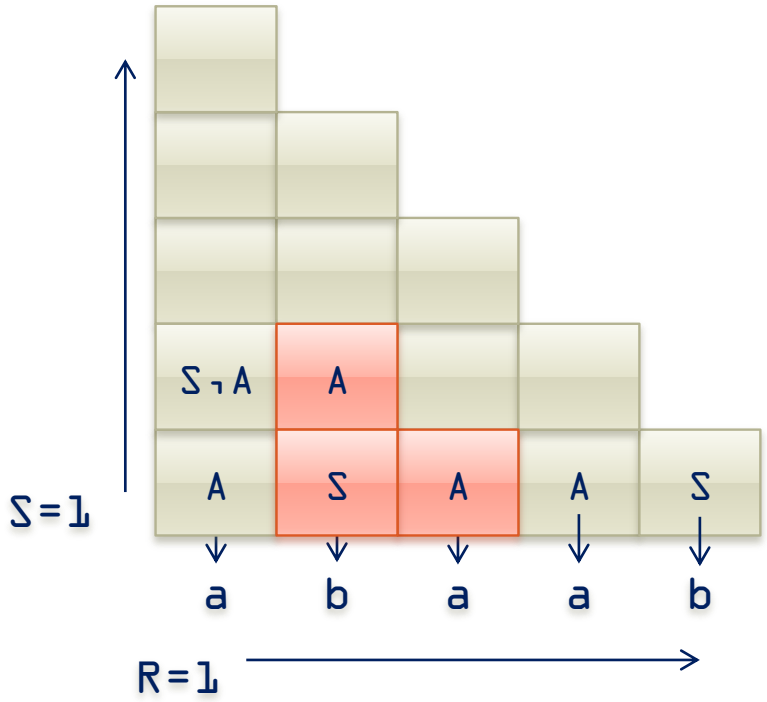
EXEMPLO

Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \rightarrow AA|AS|b, A \rightarrow SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.



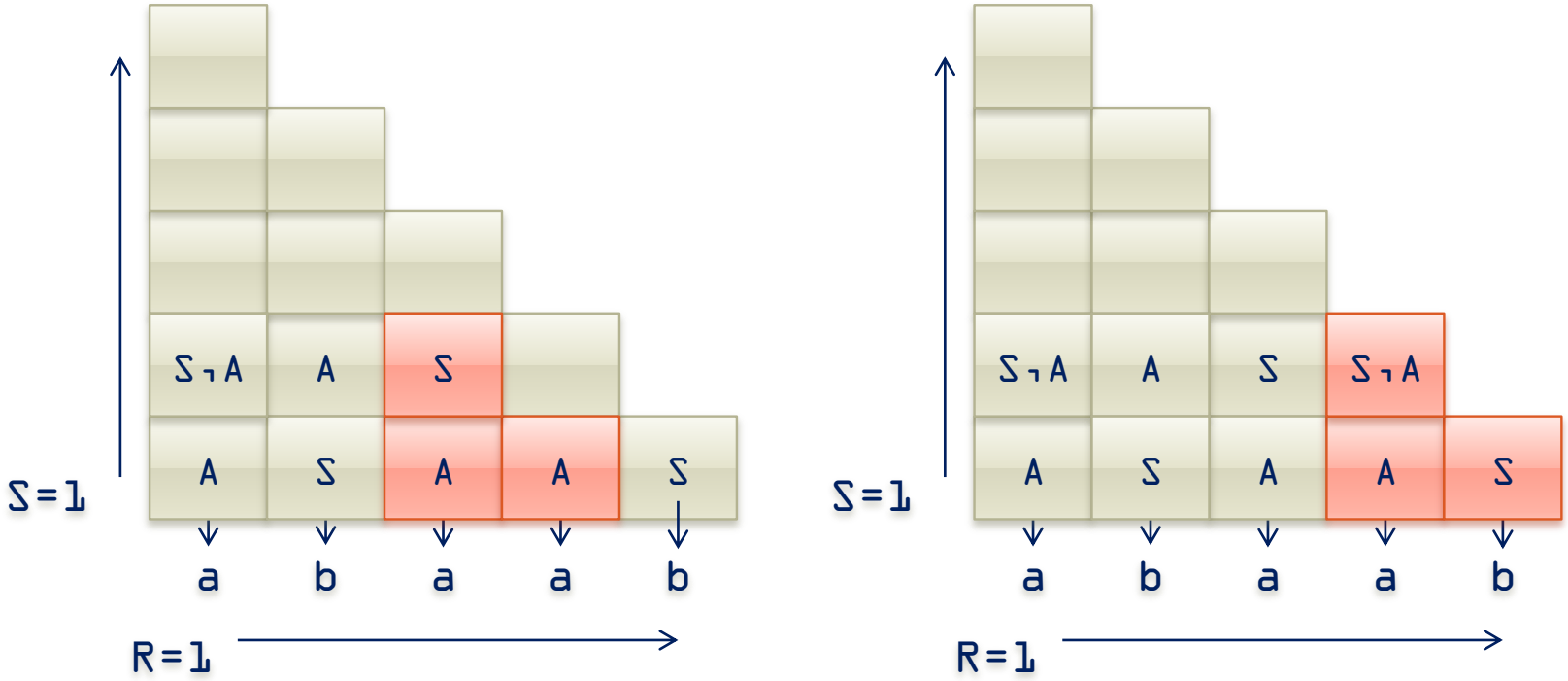


EXEMPLO

Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.



EXEMPLO

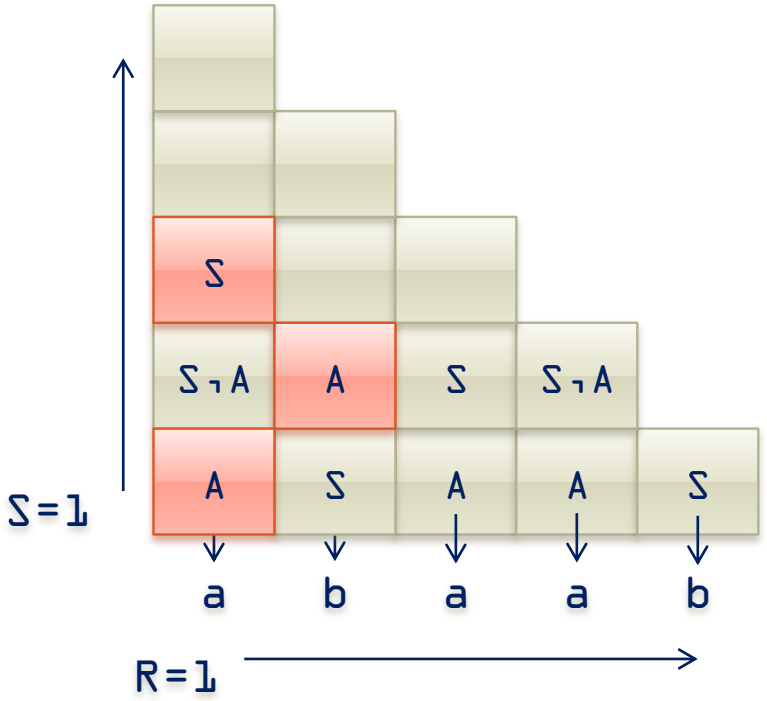
Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Continuando:

1. $s = 3, r = 1, k = 1: A \to BC, B \in V_{1_1}\ e\ C \in V_{2_2}; V_{1_3} = \emptyset \cup \{S\} = \{S\}$



EXEMPLO

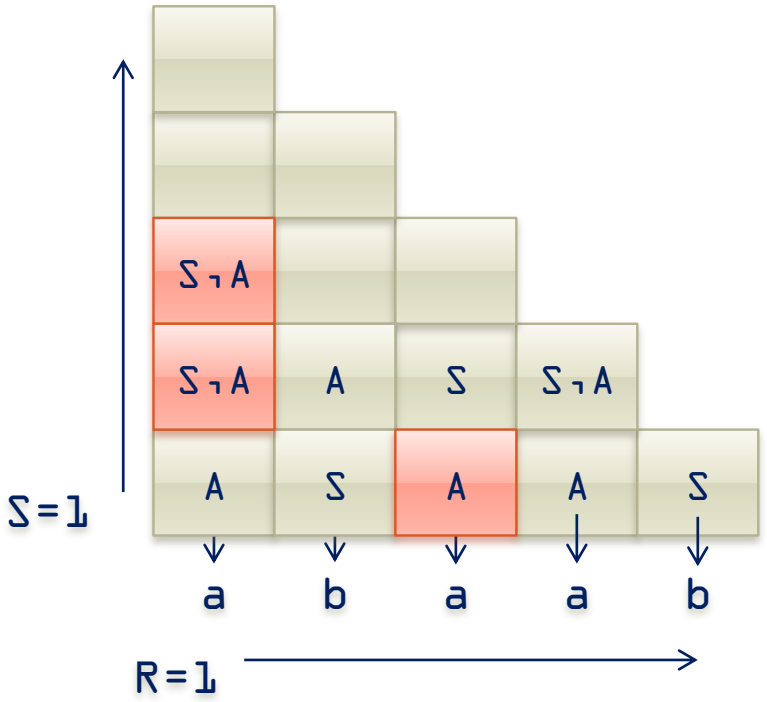
Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \rightarrow AA|AS|b, A \rightarrow SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Continuando:

1. $s = 3, r = 1, k = 2: A \rightarrow BC, B \in V_{1_2}\ e\ C \in V_{3_1}$; $V_{1_3} = \{S\} \cup \{S, A\} = \{S, A\}$



EXEMPLO

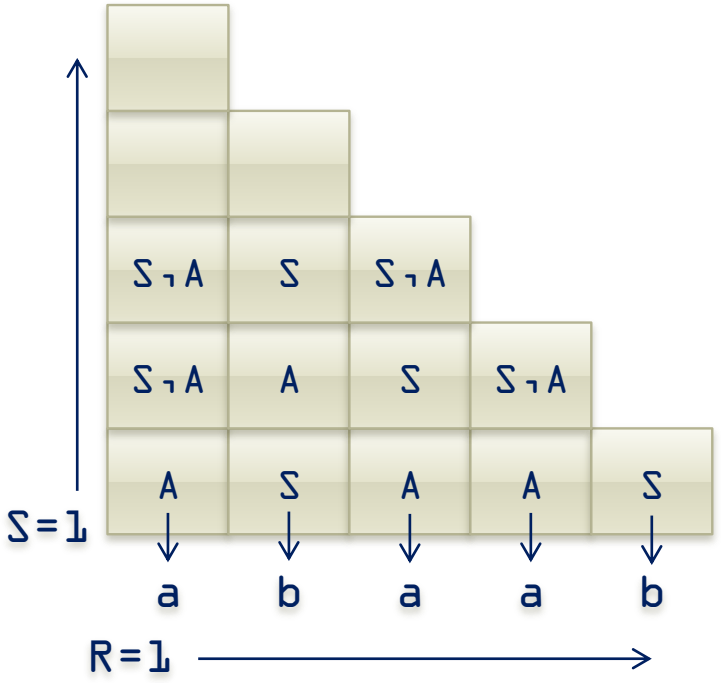
Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Continuando:

- $s = 3, r = 2, k = 1: A \to BC, B \in V_{2_1}\ e\ C \in V_{3_2}$; $V_{2_3} = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$
- $s = 3, r = 2, k = 2: A \to BC, B \in V_{2_2}\ e\ C \in V_{4_1}$; $V_{2_3} = \emptyset \cup \{S\} = \{S\}$
- $s = 3, r = 3, k = 1: A \to BC, B \in V_{3_1}\ e\ C \in V_{4_2}$; $V_{3_3} = \emptyset \cup \{S, A\} = \{S, A\}$
- $s = 3, r = 3, k = 2: não\ precisa$



EXEMPLO

Considere:

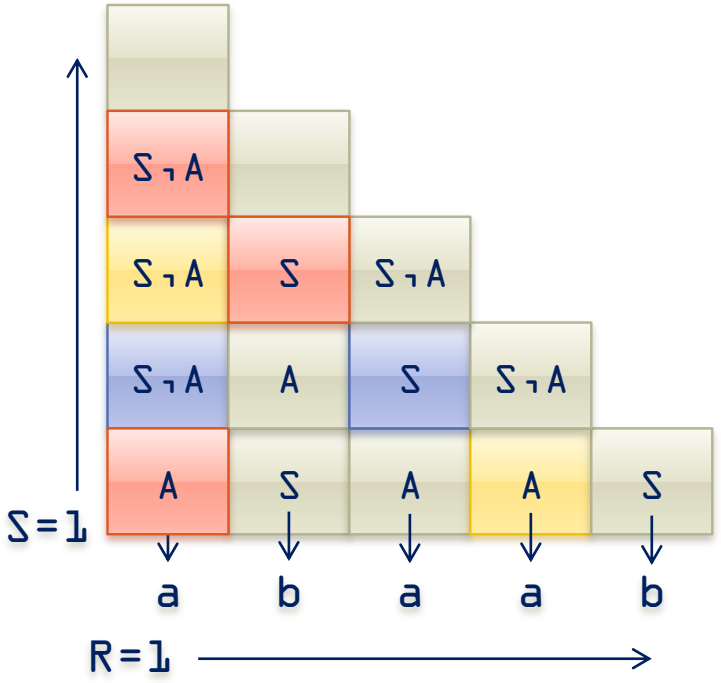
$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$
$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.

Continuando:

- $s = 4, r = 1, k = 1: A \to BC, B \in V_{1_1}\ e\ C \in V_{2_2}$; $V_{1_4} = \emptyset \cup \{S, A\} = \{S, A\}$

K=1	Feito Acima
K=2	SS, AS = {S}
K=3	AS, AA = {S,A}



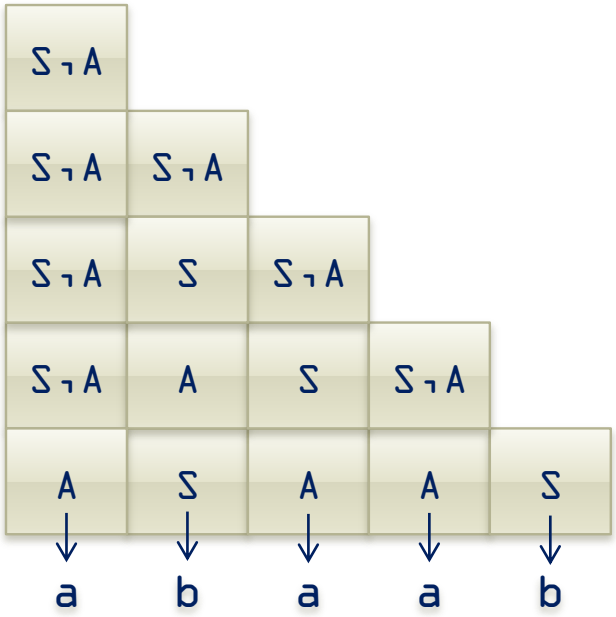
EXEMPLO

Considere:

$$G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S), onde$$

$$P = \{S \to AA|AS|b, A \to SA|AS|a\}$$

Execute o CYK para a entrada $abaab$.



REFERÊNCIAS

- HOPCROFT, J. E., ULLMAN, J. D. e MOTWANI, R. Introdução à Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação. Ed. Campus, 2002.
- MENEZES, P. F. B. Linguagens Formais e Autômatos. Série Livros Didáticos nº3. 4ª edição. Ed. Sagra Luzzato, 2002.